

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 7

Aufgabe 1: $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ sei ganze Funktion und $w_1, w_2 \in \mathbb{C}$ linear unabhängig über \mathbb{R} . Es gelte $f(z + w_j) = f(z)$ für $j = 1, 2$ und alle $z \in \mathbb{C}$. Man zeige: f ist konstant.

Aufgabe 2: $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ sei ganze Funktion und der Realteil von f sei nach oben beschränkt. Man zeige: f ist konstant.

Aufgabe 3: Es sei $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ganze Funktion und nicht konstant. Man zeige, daß es zu jedem $w \in \mathbb{C}$ und zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $z \in \mathbb{C}$ existiert, so daß $|f(z) - w| < \varepsilon$; d.h. das Bild einer nicht konstanten ganzen Funktion auf \mathbb{C} liegt dicht in \mathbb{C} .

Anleitung: Man nehme $|f(z) - w| > \varepsilon$ an für passendes w und $\varepsilon > 0$ und betrachte

anschließend $\frac{1}{f(z) - w}$.

Aufgabe 4: Für alle a mit $|a| < 1$ ist die Abbildung $\varphi_a: E \rightarrow E$, $z \mapsto \frac{z - a}{\bar{a}z - 1}$ $E := \{z \mid |z| < 1\}$ wohldefiniert, holomorph und bijektiv. Was ist die Umkehrabbildung?

Abgabetermin: Donnerstag, d.19.4.12 10.00 Uhr.