UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 6

Aufgabe 1: Berechnen Sie folgende Kurvenintegrale:

(i) $\int_C (\bar{z})^3 dz$ C: $\varphi(t) = e^{it}$, $0 \le t \le \pi$;

(ii) $\int_C Log\, z\, dz$, $C: \varphi(t) = R\, e^{it}$, $-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}$, $R > 0$ fest ;

(iii) $\int_C \frac{\sin z}{z} dz$, $C: \varphi(t) = e^{it}$, $0 \le t \le 2\pi$.

Aufgabe 2: Für komplexe z , die nicht ganzzahlige Vielfache von π sind und natürliche Zahlen n gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} (\sin k\, z)^2 = \frac{n}{2} - \frac{\cos((n+1)z)\sin(nz)}{2\sin z} \quad .$$

Aufgabe 3: Für r>0 sei $\gamma_r : [0,2\pi] \to C$, $t \mapsto r \exp(it)$. Berechnen Sie für ganzzahlige n, m die Folgenden Integrale: (i) $\int_{\gamma_1} \exp(z)\, z^n dz$, (ii) $\int_{\gamma_2} z^n (1-z)^m dz$.

Aufgabe 4: f: C $\to$ C sei holomorph und es gebe M,R > 0 und eine natürliche Zahl n, so daß für alle z mit $|z| \ge R$ gilt: $|f(z)| \le M|z|^n$. Zeigen Sie, daß f ein Polynom ist, höchstens vom Grad n .
Anleitung: Durch Anwendung der Cauchy'schen Integralformel überlege man sich zunächst, daß die n-te Ableitung von f beschränkt ist .

Abgabetermin: Donnerstag, d.29.3.12 10.00 Uhr.