UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 4

Aufgabe 1: Es seien Δ ein Dreieck in der komplexen Zahlenebene, $\partial\Delta$ der Rand dieses Dreiecks und $l(\partial\Delta)$ bezeichne die Länge der Randkurve. Man begründe die beim Beweis des Cauchy'schen Integralsatzes benutzte Ungleichung $|z - z_0| \leq l(\partial\Delta)$ für beliebige $z, z_0 \in \Delta$.

Aufgabe 2: Für natürliches n sei $\varsigma_n := e^{\frac{2\pi i}{n}}$. Man beweise für natürliche Zahlen h:

$$1 + \varsigma_n^h + \varsigma_n^{2h} + \ldots + \varsigma_n^{(n-1)h} = \begin{cases} n & \text{falls } n \mid h \\ 0 & n \text{ nicht teilt } h \end{cases} .$$

Aufgabe 3: Für komplexe z mit $|z| < 1$ gilt:

(i) $\mathrm{Log}(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{z^n}{n}$; (ii) $\frac{1}{2}(Log(1-z))^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_n}{n+1} z^{n+1}$ mit $s_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$.

Aufgabe 4: Man gebe einen stetigen Gruppenhomomorphismus von der additiven Gruppe C der komplexen Zahlen auf die multiplikative Gruppe C* der komplexen Zahlen an und bestimme den Kern K dieses Homomorphismus. Es ist dann C* $\cong$ C / K .

Abgabetermin: Donnerstag, d.14.3.12 10.00 Uhr.