

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 2

Aufgabe 1: Es seien $H := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0\}$, $E := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ und $f: H \rightarrow \mathbb{C}$,
 $z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$. Zeigen Sie: f ist injektiv und $f(H) = E$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie alle Punkte der komplexen Ebene, in denen die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind: a) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \operatorname{Re}(z)$;
b) $g: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto z|z|^2$;
c) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \sin|z|$.

Aufgabe 3: Man bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$; b) $\sum_{n=0}^{\infty} (\sin n) z^n$; c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt[n^2]{n!}}$.

Aufgabe 4: Warum ist $z \mapsto \sin z$ keine Polynomfunktion ?

Abgabetermin: Donnerstag, d.1.3.12 10.00 Uhr.