

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 12

Aufgabe 1: Man beweise die Partialbruchzerlegung der Funktion  $\frac{\pi}{\operatorname{tg}(\pi z)}$  :

$$\frac{\pi}{\operatorname{tg}(\pi z)} = \frac{1}{z} + \sum_{n \geq 1} \frac{2z}{z^2 - n^2} .$$

Aufgabe 2: Mit Hilfe des Residuensatzes berechne man das Integral  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^6}$  .

Aufgabe 3: Es sei  $f : \dot{U}_1(0) \rightarrow \mathbb{C}$  holomorph und nullstellenfrei und  $\frac{f'}{f}$  habe in 0 eine hebbare Singularität.

Man zeige:  $f$  hat in 0 eine hebbare Singularität und es ist  $\lim_{z \rightarrow 0} f(z) \neq 0$  .

Aufgabe 4: Klassifizieren Sie die isolierten Singularitäten der folgenden Funktionen im Nullpunkt und geben Sie die jeweiligen Hauptteile der Laurententwicklung an für natürliche Zahlen  $n$ :

a)  $\frac{\sin z}{z^n}$ ;    b)  $\frac{z}{(z+1) \sin z^n}$ ;    c)  $\cos(z^{-1}) \sin(z^{-1})$  .

Abgabetermin:  $\infty$