UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
<u>*Prof. Dr. H.-J. Bartels*</u>

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 11

Zum Riemannschen Abbildungssatz

Aufgabe 1: Man zeige: g(z) := - z^2 bildet die obere Halbebene konform ab auf die geschlitzte Ebene $C \setminus \{z | \operatorname{Im} z = 0, \operatorname{Re} z \leq 0\}$.

Aufgabe 2: Man beweise, daß die Abbildungen f(z) := $\varsigma \dfrac{z-a}{1-\bar{a}z}$ mit $|a|<1$ und $|\varsigma|=1$ konforme Abbildungen der Einheitskreisscheibe auf sich selbst sind.

Aufgabe 3:. Man zeige: Ist f konforme Abbildung der Einheitskreisscheibe auf sich selbst, so ist f von der in Aufgabe 2 angegebenen Gestalt.

Anleitung: Ist f Selbstabbildung des Einheitskreises mit f(0) = a, so ist g(z) := $\dfrac{f(z)-a}{1-\bar{a}f(z)}$ eine solche mit g(0) = 0. Auf g wende man das Lemma von Schwarz an.

Aufgabe 4: Die allgemeinste konforme Abbildung f : H $\rightarrow$ E ist von der Form $z \mapsto e^{i\varphi} \dfrac{z-\lambda}{z-\bar{\lambda}}$ mit $\lambda \in H, \varphi \in \Re$

(H bezeichnet hierbei die obere Halbebene und $\Re$ die Menge der reellen Zahlen).

Abgabetermin: Freitag, d.18.5.12 10.00 Uhr.