

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 10

Aufgabe 1: Es seien $f, g : G \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph in dem Gebiet G , $a \in G$ und $r > 0$, so daß $\overline{U}_r(a) \subset G$.
Es gelte $|f(z) - g(z)| < |g(z)|$ für alle $z \in \partial U_r(a)$. Man zeige, dass die Anzahlen der Nullstellen von f und g in $U_r(a)$ übereinstimmen.

Aufgabe 2: Man beweise, daß die Funktion f mit $f(z) = e^z - 3z$ genau eine Nullstelle in $U_1(0)$ hat.
Man zeige weiter: Diese Nullstelle ist reell und liegt in $(1/2, 1)$.
Anleitung: Man wende Aufgabe 1 mit $g(z) = 3z$ an.

Aufgabe 3: Man zeige, dass die Beweis des kleinen Riemannschen Abbildungssatzes in der Vorlesung benutzte
Abbildung $\varphi : D \rightarrow E$ mit $\varphi(z) = \frac{h(z) - c}{\overline{c}h(z) - 1}$, und $c = h(0)$ $|\varphi'(0)| > 1$ erfüllt.

Aufgabe 4: Man berechne $\int_0^{\infty} \frac{x^4}{1+x^6} dx$ mit Hilfe des Residuensatzes.

Abgabetermin: Donnerstag, d.10.5.12 10.00 Uhr.