

Übungen zur Funktionentheorie, FS 2012

Blatt 1

Aufgabe 1: Welche Punktmenge wird durch die Gleichung $az\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + b = 0$, mit a, b reell, α komplex und $\alpha\bar{\alpha} - ab > 0$ in der Ebene der komplexen Zahlen beschrieben?
Anleitung: Man unterscheide die Fälle $a = 0$ und $a \neq 0$.

Aufgabe 2: Man zeige: Gelten für die komplexen Zahlen a, b die Ungleichungen $|a| < 1, |b| < 1$, so ist

$$\left| \frac{a-b}{1-\bar{a}b} \right| < 1 .$$

Aufgabe 3: Es sei $C := \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}; a, b \text{ reell} \right\} \subset M(2 \times 2; \mathfrak{R})$ mit der gewöhnlichen Addition und

Multiplikation von reellen 2×2 -Matrizen. Zeige: C ist ein Körper, der zum Körper der komplexen Zahlen isomorph ist.

Aufgabe 4: Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von

a) $\left(\frac{2+i}{3-2i} \right)^2$; b) $(1+i)^n$ für ganzzahlige n .

Abgabetermin: Donnerstag, d.23.2.12 10.00 Uhr.