

## Übungsblatt 5

Universität Mannheim  
Fakultät für Mathematik und Informatik  
Finanzmathematik II / HWS 2014  
Prof. Dr. H.-J. Bartels

1. In der Hoffnung, die Durchschnittsverzinsung des Kapitalanlagebestandes auf einem hohen Niveau zu halten, kauft der Vermögensanleger eines Versicherungsunternehmers VU zu Jahresbeginn 10000 Aktien eines Unternehmens U zum aktuellen Börsenpreis von 30 €.

Die Bank B handelt mit Optionen und bietet unter anderem auch europäische Put- und Call-Optionen auf Aktien des Unternehmens U zum Ausübungspreis 28.50 € und Ausübungszeitpunkt 31.12 an zu folgenden Preisen:  $C = 4.80$  € und  $P = 1.90$  €.

Für einjährige Kapitalanlagen beträgt der aktuelle Einjahreszins 8 %.

Durch Kauf von 10000 obigen Put-Optionen sichert der Vermögensanleger von VU obige Kapitalanlage so ab, dass zum 31.12 der Wert von 285000 € für das Versicherungsunternehmen VU nicht unterschritten werden kann.

- (a) Mit welcher alternativen Anlagestrategie hätte der Vermögensanleger dieselben Gewinnchancen zum 31.12 realisieren können bei geringeren Kosten?
- (b) Beschreiben Sie explizit Arbitrage-Strategien, die sich aufgrund der hier vorliegenden Put-Call-Preisrelationen ergeben.
- (c) Man gehe von korrekten Aktien- und Optionspreisen aus und nehme an, dass angegebene Zinsrate nicht stimmt. Für welcher Jahreszinssatz ergeben sich dann keine Arbitragemöglichkeiten in der oben beschriebenen Situation?

*(Anmerkung: Transaktionskosten werden unberücksichtigt gelassen.)*

2. Berechnen Sie für das Binärmodell das Martingalmaß für den Prozess  $\frac{B_t}{S_t}$ , also das Maß  $\bar{P}$ , für das gilt

$$\mathbb{E}^{\bar{P}} \left[ \frac{B_1}{S_1} \right] = \frac{B_0}{S_0}.$$

Hierbei bezeichnet  $B_t$  den Wert des risikolosen Bonds zur Zeit  $t \in \{0, 1\}$  und  $S_t$  den Preis des risikobehafteten Basispapiers. Verwenden Sie dieses Maß, um analog zur Vorlesung den Preis einer europäischen Call-Option zu berechnen. Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit dem Ergebnis aus der Vorlesung.

3. Betrachten Sie folgendes 2-periodigen Finanzmarktmodell mit einer Aktie und einer risikolosen Anlage. Die Aktienkursentwicklung ist in der Abb. 1 gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für jede Aktienbewegung sei größer als 0. Der risikolose Zinssatz  $r$  beträgt 0% pro Periode. Berechnen Sie die Preise von europäischen Call-Optionen zu Basispreisen 50, 100 und 150.

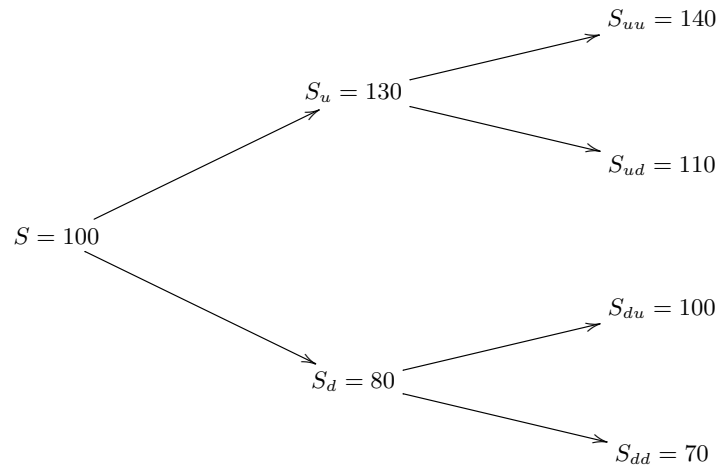


ABBILDUNG 1: AKTIENKURSENTWICKLUNG IN EINEM 2-PERIODIGEN MODELL.

4. Sei  $K$  der von den Vektoren  $h_1, \dots, h_m$  aufgespannte Kegel in  $\mathbb{R}^m$

$$K := \left\{ \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i \mid \lambda_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, m \right\}.$$

Zeigen Sie, dass  $K$  abgeschlossen in  $\mathbb{R}^m$  ist.

**Abgabe bis Montag, den 13. Oktober um 10:00 Uhr in A5**