

Übungsblatt 4

Universität Mannheim
Fakultät für Mathematik und Informatik
Finanzmathematik II / HWS 2014
Prof. Dr. H.-J. Bartels

1. Vereinfachte *Aktienindexgebundene Lebensversicherung* für ein Jahr:

Eine einjährige Versicherung sehe folgendes Leistungs- bzw. Beitragszahlungsmodalitäten vor: Auf 95 % der Brutto-Einmalprämie $B = \text{€} 10000.-$ wird eine Mindestverzinsung von 4 % garantiert, sowie eine Partizipation von 74 % der Steigerung des DAX bezogen auf den maßgeblichen Beitrag in Höhe von $\text{€} 9500.-$ als Überschussbeteiligung versprochen. Als Ablaufleistung wird also die Summe

$$\max \{0.04 \cdot 9500, (\frac{x(1)}{x(0)} - 1) \cdot 0.74 \cdot 9500\} + 9500$$

garantiert, dabei bezeichnet $x(1)$ den Stand des DAX-Indexes nach Ablauf eines Jahres und $x(0)$ den Stand des DAX-Indexes bei Abschluss des Vertrages. Zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses beträgt der Stand des DAX 3515 Punkte, ein europäischer Call mit einjähriger Laufzeit auf den DAX zum Ausübungspreis 3705 kostet $\text{€} 101.5$ und der risikolose Jahreszins ist 6.5 %.

Welcher Teilbetrag der Brutto-Einmalprämie bleibt dem Aktuar zur Deckung einer Todesfallleistung und von Verwaltungskosten, wenn eine kongruente Deckung der Gewinnversprechen in der Vermögensanlage vorgenommen wird?

(Anmerkung: Steuerliche Aspekte sollen dabei unberücksichtigt bleiben.)

2. Es sei $S(t) = 38$ der Preis einer Aktie zum Zeitpunkt t . Für $r = 5\%$, $\sigma = 30\%$ (auf Jahresbasis), $T - t = 1/3$ Jahre und Ausübungspreis $K = 35$ berechnen Sie den Wert der europäischen Call-Option nach der Black-Scholes-Formel.
3. In der Hoffnung, die Durchschnittsverzinsung des Kapitalanlagebestandes auf einem hohen Niveau zu halten, kauft der Vermögensanleger eines Versicherungsunternehmens VU zu Jahresbeginn 10000 Aktien eines Unternehmens U zum aktuellen Börsenpreis von 40 Euro. Die im Konzernverbund des Versicherungsunternehmens VU ansässige Bank B handelt mit Optionen und bietet unter anderem auch europäische Put-Optionen auf Aktien des Unternehmens U zu verschiedenen Ausübungspreisen und Ausübungszeitpunkten an zu Preisen gemäß folgender Tabelle:

| Basispreis/ Ausübungstermin | 30.6 | 30.9 | 31.12 |
|--------------------------------|------|------|-------|
| 38 | 0.77 | 1.54 | 2.50 |
| 40 | 1.78 | 2.61 | 3.44 |
| 42 | 1.96 | 3.11 | 3.58 |

Der aktuelle Einjahreszins am Markt beträgt 4.75 %.

- (a) Wie kann der Vermögensanleger des Versicherungsunternehmens die Anlage von 10000 Aktien des Unternehmens U so absichern, dass der Wert der Geldanlage 10000 · 40 Euro zum Zeitpunkt des Bilanzstichtags 31.12 nicht unter 95 % des Anfangsanlagebetrags fällt? Welche "Versicherungsprämie" hat er für diese Portfolio-Absicherung zu entrichten?

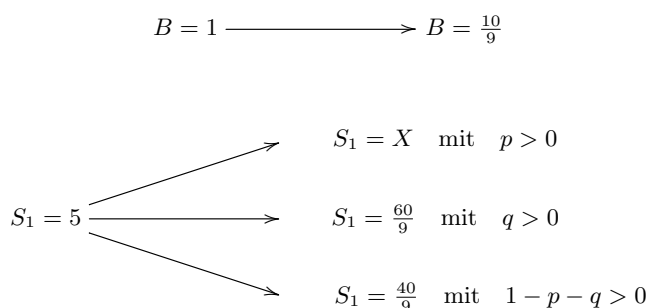
- (b) Die im Konzernverbund ansässige Bank B möchte als Stillhalter der Verkaufsoptionen das damit verbundene Risiko kongruent weitergeben und verkauft zeitgleich zu diesem Zweck an Privatkunden so genannte einjährige Aktienanleihen zum Stückpreis von 40 Euro, die folgendes Leistungsschema vorsehen:

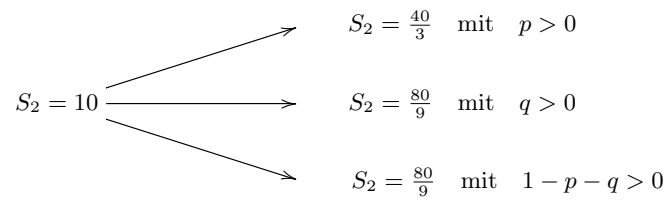
In jedem Fall wird ein fester Zinssatz $p\%$ für die Geldanlage nach Ablauf eines Jahres gezahlt (feste Kuponzahlung). Außerdem wird zusätzlich zum 31.12 der Anlagebetrag zurückgezahlt, falls das Kursniveau der Aktie U zum 31.12 oberhalb des Wertes 38 Euro liegt. Im anderen Fall (≤ 38 Euro) wird am 31.12 neben dem fest vereinbarten Kupon pro Stück Aktienanleihe je eine Aktie des Unternehmens U an den Kunden geliefert.

Mit welchem Zinssatz p (Kupon) kann aus Sicht der Bank die beschriebene Aktienanleihe maximal ausgestattet werden? Zeigen Sie, dass bei der Bank B nach erfolgreichem Verkauf der Aktienanleihen kein Risiko aus dem Verkauf der Put-Optionen an das Versicherungsunternehmen VU verbleibt.

(Anmerkung: Transaktionskosten, Dividendenzahlungen und Verwaltungskosten werden unberücksichtigt gelassen.)

4. Betrachten Sie das folgende einperiodige Finanzmarktmodell mit einem Bond B und zwei Aktien S_1 und S_2 . Die Preisentwicklung sei wie folgt:





Zeigen Sie, dass

- (a) Für $X = \frac{40}{9}$ sich Arbitragemöglichkeiten bieten, d.h. es gibt eine Handelsstrategie $H = (H_0, H_1, H_2)$, so dass für

$$V(t) := (H_0 \cdot B + H_1 \cdot S_1 + H_2 \cdot S_2)(t)$$

gilt $V(0) = 0$, $V(1) \geq 0$ und $\mathbb{E}[V(1)] > 0$.

- (b) Für $X = 5$ keine Arbitrage möglich ist.

Abgabe bis Montag, den 6. Oktober um 10:00 Uhr in A5