

Übungsblatt 3

Universität Mannheim
Fakultät für Mathematik und Informatik
Finanzmathematik II / HWS 2014
Prof. Dr. H.-J. Bartels

1. Berechnen Sie für den Preis $c(S, t, K, T)$ einer europäischen Call-Option nach Black-Scholes die partielle Ableitung $\frac{\partial c}{\partial S}$. Ist c als Funktion von S monoton?
2. Für die externe Zinsrate $r = 0$ zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden partiellen Differentialgleichung:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = 0 \quad \text{für } 0 < t < T, 0 < S < \infty,$$

dabei hat c dieselbe Bedeutung wie in Aufgabe 1.

3. Ist c als Funktion der Volatilität σ monoton wachsend? Berechnen Sie den Grenzwert von c für $\sigma \rightarrow 0$. Kommentieren Sie das Ergebnis!
4. Ist c als Funktion von K konvex?

Hinweis: Der Preis einer europäischen Call-Option nach Black-Scholes ist gegeben durch

$$c(S, t, K, T) = SN(d_+) - Ke^{-r(T-t)}N(d_-),$$

wobei

$$d_+ = \frac{\log \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_- = d_+ - \sigma\sqrt{T-t}$$

und

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Abgabe bis Montag, den 29. September um 10:15 Uhr in A5