Universität Mannheim
Fakultät für Mathematik und Informatik
Finanzmathematik II / HWS 2014
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungsblatt 11

1. Es seien $(W_t)_{t\geq 0}$ eine standardisierte Brownsche Bewegung, $f \in C^1(\mathbb{R})$ und $F'(W_s) = f(W_s)$ mit $F(x) := \int_0^x f(y)\,dy$. Weisen Sie nach, dass gilt

$$\int_a^b f(W_s)\,dW_s = F(W_b) - F(W_a) - \frac{1}{2}\int_a^b f'(W_s)\,ds.$$

2. Es sei $X \sim N(0, \sigma^2)$ eine normalverteilte Zufallsvariable. Zeigen Sie mit Hilfe des Itô-Lemmas folgende Identität

$$\mathbb{E}\left[X^{2n}\right] = \frac{(2n)!}{2^n n!}\sigma^{2n} \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Hinweis: Wenden Sie auf $(W(t))^{2n}$ das Itô-Lemma an, wobei $W(t)$ eine standardisierte Brownsche Bewegung ist. Anschließend berechnen Sie $\mathbb{E}\left[X^{2n}\right]$ unter Verwendung von $X \overset{D}{=} W(\sigma^2)$.

3. Beweisen Sie, dass von Black-Scholes angegebene so genannte „Hedge-Portfolio“ nicht selbstfinanzierend ist.

4. $V(S,t)$ bezeichne den aktuellen Wert einer selbstfinanzierenden Portfolio-Strategie in dem Black-Scholes Kontext. Können folgende Funktionen $V(S,t)$ realisiert werden?

   i) $V(S,t) = S^2$

   ii) $V(S,t) = cS$, mit einer Konstanten $c > 0$.

   Beschreiben Sie gegebenenfalls die entsprechenden Anlagestrategien explizit.

Abgabe bis Montag, den 24. November um 10:00 Uhr in A5