UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
*Prof. Dr. H.-J. Bartels*

# *Übungen zur Finanz- und Versicherungsmathematik I , Frühjahrssemester 2015*

*Blatt 8*

*Aufgabe 1*: Ein Spiel, bei dem der erwartete Gewinn größer ist als der erwartete Verlust, heißt vorteilhaft.Das folgende Spiel ist vorteilhaft: Man beginnt mit dem Startkapital $X_0 = 1$ . In jeder Runde wird eine Münze geworfen. Das Kapital $X_n$ nach der n-ten Runde sei $X_{n-1}/2$, wenn der n-te Wurf Kopf ist, und $\frac{5}{3}X_{n-1}$ , wenn im n-ten Wurf Zahl kommt. Man zeige: Bei diesem vorteilhaften Spiel wird man auf Dauer verlieren ( Anleitung: Setze $Y_n :=$ 1/2 bzw := 5/3 je nach Ergebnis des n-ten Wurfes und wende dann auf die Zufallsvariablen $\log Y_i$ Aufgabe 4 von Blatt 7 an ) .

*Aufgabe 2:* Für die in Aufgabe 1 von Blatt 7 angegebene Funktional-Differentialgleichung zeige man im Fall a>0 :

(i) Für 0≤c<1/2 sei $s_c := \dfrac{e^{-caz} - e^{-(1-c)az}}{a(1-2c)}$ . Man zeige, daß mit

$u_c(z) = s_c(z)$ falls z<0 bzw. $= s_0(z)$ falls z≥0

eine Lösung der Ausgangsgleichung vorliegt und dass

(ii) so für verschiedene Konstanten c verschiedene Lösungen erhalten werden..

*Aufgabe 3 :* Man beweise die in der Vorlesung benutzten Identitäten:

$E[S_N] = E[N]\cdot E[X_1], VAR[S_N] = VAR[N]\cdot E[X_1]^2 + E[N]\cdot VAR[X_1]$ , dabei ist

$S_N := \sum_{i=1}^{N} X_i$ für N > 0 und $S_N = 0$ für N = 0 und die Zufallsvariablen N ,

$X_1, X_2, X_3, \ldots$ sind stochastisch unabhängig, die $X_i, i = 1,2,3,\ldots$ sind identisch verteilt und die Zufallsvariable N nimmt nur nichtnegative ganze Zahlen an.

*Aufgabe 4 :* Seien $x_1, x_2, \ldots, x_m$ verschiedene reelle Zahlen, die Zufallsvariablen $N_1, \ldots, N_m$ seien unabhängig und Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda_i$ i = 1,...,m. Was ist die Verteilung von $x_1 N_1 + x_2 N_2 + \ldots + x_m N_m$ ?

( Hinweis: benutze die momenterzeugenden Funktionen der jeweiligen ZV und die Tatsache, daß die jeweiligen Verteilungen durch diese eindeutig festgelegt sind ).

*Abgabetermin: Montag, d. 27.4.2015 10.05 Uhr.*