UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Finanz- und Versicherungsmathematik I , FSS 2015

Blatt 5

Aufgabe 1: Die relative Anzahl x_n von Individuen in der n-ten Generation einer Population genüge dem rekursiven Entwicklungsgesetz $x_{n+1} = r\, x_n \cdot (1 - x_n)$ für n = 0,1,2,... mit $0 \le r \le 4$.

Man zeige: (i) $0 \le x_0 \le 1 \quad \Rightarrow \quad 0 \le x_n \le \frac{r}{4}$ für n= 0,1,2,...

(ii) die Funktion f(x) = r x (1-x) hat zwei Fixpunkte für 0< r $\neq$ 1

(iii) Für $0 < r < 3$ und r $\neq$ 1 ist stets ein Fixpunkt anziehend .

(Dabei heißt ein Fixpunkt a der durch f(x) gegebenen Rekursion anziehend, falls gilt $|\lambda| < 1$ für

$$\lambda := \lim_{x \to a} \lambda(x) \quad \text{und} \quad \lambda(x) := \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{f(x) - a}{x - a} \quad .)$$

(iv) Für r=1 konvergiert die rekursiv definierte Folge gegen den Fixpunkt 0.

Aufgabe 2 (Fortsetzung von Aufgabe 1): Man zeige für $0 < x_0 < 1$:

- für $0 \le r \le 1$ fällt x_n monoton gegen 0 (die Population stirbt aus);
- für $1 < r \le 2$ strebt x_n schließlich monoton gegen ein positives Gleichgewicht.

Aufgabe 3: Für eine gemischte Kapitalversicherung seien folgende Daten bekannt:
Versicherungssumme S = 100 000.- , Jahresbeitrag B = 944,80 ,
Laufzeit n = 75 . Die Rückkaufswerte aus Grundversicherung und Überschußbeteiligung am Ende des ersten, zweiten,..., zehnten Jahres betragen:
0 ; 415 ; 1068 ; 1755 ; 2478 ; 3239 ; 4040 ; 4885 ; 5795 ; 6785.
Der als konstant vorausgesetzte externe Marktzins sei 7 % pro Jahr. Die Provisionsregelung sieht vor, daß bei Abschluß der Versicherung eine einmalige Provision P gezahlt wird, und daß bei vorzeitigem Storno des Vertrages nur 50 % der wirklich gezahlten Beiträge als Provision verdient sind, der Rest ist als nichtverdiente Provision zurückzuzahlen. Man betrachte ohne Berücksichtigung von Kosten und Aufwendungen für Sterblichkeit den Saldo der Zahlungen unter Berücksichtigung der externen Zinsrate.Wie hoch darf P maximal sein,damit in diesem konkreten Beispiel bei Storno am Ende des sechsten Versicherungsjahres für das Versicherungsunternehmen kein Negativsaldo entsteht.

Aufgabe 4: Eine fünfjährige reine Risikoversicherung auf den Todesfall sieht folgende Summen im Todesfall vor:
Im 1. Jahr: € 10 000; im 2. Jahr: € 100 000 ; im 3. Jahr: € 20 000 ; im 4. Jahr: € 10 000 ; im 5. Jahr: € 10 000. Für die Prämienzahlung sind fünf gleich bleibende jährliche Prämien vorgesehen. Dann berechnet sich für einen 56 Jahre alten männlichen Versicherten die jährliche **Nettoprämie** mit der **Sterbetafel DAV 1994 TM, 2,75%** zu € 419.13.
Warum sollten solche Tarife nicht angeboten werden ?

Abgabetermin: Montag, d. 23.3.2015 10.05 Uhr.