UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Finanz- und Versicherungsmathematik I , Frühjahrssemester 2015

Blatt 4

Aufgabe 1 : $f_0 B - a_0 V_1 = c_0$

$f_t B + V_t - a_t V_{t+1} = c_t$ für t = 1,...,n-2 und

$f_{n-1} B + V_{n-1} = c_{n-1}$

sei das einen Versicherungsvertrag beschreibende lineare Gleichungssystem mit :

- $0 < a_t < 1$ für t= 0,1,...,n-2 ,
- den Beitragszahlungsmodalitäten $f_0, f_1, \ldots f_{n-1}$,
- den Zahlen $c_t > 0$ t = 1,...n-1 , welche die Leistungen des Tarifs beschreiben, und
- den zugehörigen Deckungsrückstellungen V_t für t = 1,...,n-1 .

Es gelte $f_{n-1} B = c_{n-1}$ und $f_t B < c_t$ für t= 0,1,2,..,m mit m < n-2 und $f_t B > c_t$ für t=m+1,...,n-2.

Man zeige: n-2 Deckungsrückstellungen in der Folge $V_1, V_2, \ldots, V_{n-1}$ sind negativ. Warum ist eine solche Tarifkonstruktion zu vermeiden ?

Aufgabe 2 : Für eine reine Risikoversicherung seien folgende Daten vorgegeben:

- die über die Vertragslaufzeit konstante Todesfalleistung T,
- das Eintrittsalter x und
- die Laufzeit n.

Die Prämien P_m des m-ten Jahres m = 1,...,n sind jährlich vorschüssig zu zahlen und sollen linear steigen. Der Einfachheit wegen werden nur die ungezillmerten Nettoprämien (also Prämien ohne Kostenzuschläge) betrachtet. Die letzte Prämie P_n sei als die natürliche Prämie festgelegt, d.h. die benötigte Risikoprämie für das n-te Versicherungsjahr. Damit lassen sich die Prämien $P_1, \ldots, P_{n-1}$ berechnen mit Hilfe des Äquivalenzprinzips. Für T = 100 000 €, x = 35; n = 10 und der Tafel DAV 1994T M; 3,25 % ergeben sich dann folgende Werte für die so festgelegten Prämien:

x	lin. steig. Prämie	lin. steig. Prämie
35	P_1 :	139,66
36	P_2 :	164,24
37	P_3 :	188,82
38	P_4 :	213,40
39	P_5 :	237,98
40	P_6 :	262,56
41	P_7 :	287,13
42	P_8 :	311,71
43	P_9 :	336,29
44	P_{10} :	360,87

a) Geben Sie die Äquivalenzgleichung an, aus der sich die Prämien P_m zusammen mit der Forderung der Linearität : $P_m = P_1 + (P_n - P_1) \cdot \frac{m-1}{n-1} = \frac{P_n \cdot (m-1) + P_1 \cdot (n-m)}{n-1}$ im Prinzip berechnen lassen.

b) Für T = 100 000 €, x = 35; n = 10 berechne man mit der Tafel DAV 1994T M; 3,25 % die natürlichen Prämien, d.h. die benötigten Risikoprämien für die ersten vier Beitragsjahre und vergleiche diese mit den oben angegebenen Prämien $P_1,..P_4$.

c) Warum ist eine Versicherung dieser Form unter aktuariellen Gesichtspunkten nicht zulässig ? Welche Maßnahmen wären denkbar, wenn diese Versicherungsform trotzdem in ähnlicher Form, d.h. mit linear steigenden Prämien angeboten werden soll ?

Aufgabe 3 : Man berechne den Barwert einer Risikoversicherung über n Jahre, deren Versicherungssumme mit n beginnt und jährlich um 1 fällt. Wie sehen die Prämienformeln bzw. die Deckungskapitalformeln für eine solche Versicherung aus ?

Aufgabe 4: Für $l_x := (121 - x)^{1/2}$ $0 \le x \le 121$ berechne man die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein 21-jähriger zwischen dem Alter 40 und dem Alter 57 stirbt.

Abgabetermin: Montag, d. 16.3.2015 10.05 Uhr.