UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Finanz- und Versicherungsmathematik I , Frühjahrssemester 2015

Blatt 11

Aufgabe 1: Eine kleiner Lebensversicherungsbestand umfaßt die folgenden 16000 einjährigen Risikoversicherungen:

Versicherungssumme S:	Anzahl der Versicherungen:
10 000	8000
20 000	3500
30 000	2500
50 000	1500
100 000	500

Die Sterbewahrscheinlichkeit q_{x_k} für jedes versicherte Leben betrage 0.02, die stochastische Unabhängigkeit der einzelnen Risiken sei vorausgesetzt. Es besteht die Möglichkeit , die Risiken zu einer Prämie von 0,025 pro Summe 1 in Retrozession zu geben, so daß zum Beispiel die Rückversicherungsprämie für die rückversicherte Summe 20 000 den Betrag von $0.025 \cdot 20\,000$ = 500 ausmacht.

(i) Man berechne bei einer Summenexzedentenrückversicherung mit Selbstbehalt 20 000 die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Gesamtjahresaufwand der Erstversicherungsgesellschaft bestehend aus Gesamtschaden und Rückversicherungsaufwand den Betrag von 8 250 000 übersteigt.

Hinweis: Man approximiere dabei die passend normierte Gesamtschadenverteilung durch die Normalverteilung !

(ii) Man berechne wie in Teil (i) die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten, die sich bei den Selbstbehalten 30 000 bzw. 50 000 ergeben. Für welchen der drei Selbstbehalte sollte man sich entscheiden, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Gesamtjahresaufwand den Betrag von 8 250 000 übersteigt, minimal sein soll?

Aufgabe 2: Die kumulierte Schadensumme S eines Versicherungsbestandes sei normalverteilt mit Mittelwert μ und Varianz σ^2. Man zeige, daß sich für einen Stop-Loss-Vertrag mit Selbstbehalt c die Netto-Prämie $E\left[(S-c)^+\right]$ folgendermaßen berechnet:

$$E\left[(S-c)^+\right] = (\mu - c)\, N\left(\frac{\mu - c}{\sigma}\right) + \sigma \cdot \varphi\left(\frac{\mu - c}{\sigma}\right) \quad ,$$

dabei bezeichnen N die Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung und φ die zugehörige Dichtefunktion, d.h. $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Aufgabe 3: log (S) sei normalverteilt mit den Parametern μ *und* σ . Man zeige, daß sich die Netto-Stop-Loss Prämie für S mit Selbstbehalt c zu folgendem Wert berechnet:

$$E\left[(S-c)^+\right] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \left[1 - N\left(\frac{\log c - \mu - \sigma^2}{\sigma}\right)\right] - c\left[1 - N\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)\right] \quad ,$$

Abgabetermin: Montag, d. 18.5.2015 10.05 Uhr.