UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis III , HS 2013

Blatt 9

Aufgabe 1: Sind $\omega_1,\ldots,\omega_k$ stetige Differentialformen der Dimension 1 auf der offenen Menge M $\subseteq R^n$ und ist $(\omega_1\Lambda\ldots\Lambda\omega_k)_p \neq 0$ für ein p $\in M$, so gibt es eine Umgebung U von p und n-k Zahlen $i_1,\ldots,i_{n-k} \in \{1,\ldots,n\}$ mit $(\omega_1\Lambda\ldots\Lambda\omega_k\Lambda dx_{i_1}\Lambda\ldots\Lambda dx_{i_{n-k}})_q \neq 0$ für alle $q \in U$ *(4 Punkte)* .

Aufgabe 2: Seien $\omega_1,\ldots,\omega_n$ stetige Differentialformen 1. Grades auf der offenen Menge $M \subseteq R^n$ und $(\omega_1\Lambda\ldots\Lambda\omega_n)_p \neq 0$ für ein $p \in M$. Dann gibt es eine Umgebung U von p , so daß sich für jede stetige Differentialform σ 1. Grades auf M eine Beziehung $\sigma_q = \sum_{i=1}^{n} a_i(q)(\omega_i)_q$ für $q \in U$ mit stetigen Funktionen a_i auf U finden läßt *(4 Punkte).*

Aufgabe 3: In Aufgabe 2 von Blatt 7 kam die Differentialform $\omega = \dfrac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ vor, die in A=$R^2 - (0,0)$ stetig differenzierbar ist. Gilt $d\omega = 0$? Kann das Kurvenintegral von Aufgabe 2 Blatt 7 als Integral der Differentialform ω über die genannte Kurve aufgefasst werden? *(4 Punkte)* .

Aufgabe 4: Sei M$\subset R^2$ offen , $\omega : M \to \bigcup_{p\in M} T_p^{\ *}$ eine stetige Differentialform 1. Grades. Eine glatte Kurve $\gamma\colon I \to M$ mit I = (0,1) heißt Lösung der Differentialformgleichung $\omega = 0$, wenn $\gamma^*(\omega) = 0$ gilt. Ist $\omega_p \neq 0$ für ein $p \in M$, so gibt es eine Lösung γ von $\omega = 0$ mit $p \in \gamma(I)$. Ist ω stetig differenzierbar, so läßt sich in diesem Fall eine Eindeutigkeitsaussage formulieren und beweisen *(6 Punkte).*

Man bearbeite 2 bis 4 Aufgaben!

Abgabetermin: Mittwoch, d. 13.11.2013 10.00 Uhr.