

Übungen zur Analysis III , HS 2013

Blatt 6

Aufgabe 1: Sei V ein n -dimensionaler Vektorraum über den komplexen Zahlen \mathbb{C} mit Basis e_1, \dots, e_n . Zeige:

- (i) Betrachtet man die Multiplikation von Vektoren $x \in V$ mit Zahlen $a \in \mathbb{C}$ nur für reelle a , so ist V ein Vektorraum über den reellen Zahlen \mathbb{R} der Dimension $2n$, und $e_1, ie_1, e_2, ie_2, \dots, e_n, ie_n$ ist eine \mathbb{R} -Basis von V .
- (ii) Die durch diese \mathbb{R} -Basis definierte Orientierung des \mathbb{R} -Vektorraumes V ist unabhängig von der Wahl der \mathbb{C} -Basis e_1, \dots, e_n (4 Punkte).

Aufgabe 2: Man zeige: Eine orientierbare Fläche ist genau dann zusammenhängend, wenn sie genau zwei Orientierungen besitzt (4 Punkte).

Aufgabe 3: Es sei $X \subseteq \mathbb{R}^m$ offen und $f \in C^\infty(X, \mathbb{R}^n)$. Zeige: $\text{graph}(f) := \{(x, f(x)) \mid x \in X\} \subseteq \mathbb{R}^{n+m}$ ist m -dimensionale orientierbare Fläche im \mathbb{R}^{n+m} (4 Punkte).

Aufgabe 4: Jede Fläche, die durch eine einzige Karte beschrieben werden kann, ist orientierbar (2 Punkte).

Man bearbeite 2 bis 4 Aufgaben!

Abgabetermin: Mittwoch, d. 23.10. 2013 10.00 Uhr.