

*Übungen zur Analysis III, HS 2013*

*Blatt 5*

*Aufgabe 1:* Man bestimme ein Fundamentalsystem  $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  von Lösungen des

Differentialgleichungssystems  $y' = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} y$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$  mit der Anfangsbedingung

$\varphi_k(0) = e_k$  für  $k=1,2,3$ , wobei  $(e_1, e_2, e_3)$  die kanonische Basis des dreidimensionalen komplexen Vektorraumes  $\mathbb{C}^3$  bezeichne ( 6 Punkte ).

*Aufgabe 2:* Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = y^2 + \frac{1}{(1-x^2)^2} \quad \text{mit} \quad y(0) = 0.$$

Anleitung: Man überlege sich zunächst, dass die Lösung  $y(x)$  eine ungerade Funktion ist und Versuche einen Potenzreihenansatz. ( 4 Punkte ).

*Aufgabe 3:* Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = x^2 + y^2 \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \quad \text{mittels Potenzreihenansatz und berechne die ersten drei nicht verschwindenden Koeffizienten explizit. ( 4 Punkte ).}$$

*Aufgabe 4:* Besitzt die Differentialgleichung  $y' = (1-x+x^2) + (1-2x)y + y^2$  Polynomlösungen? Welche Anfangswerte ergeben sich für  $x=0$ ?

Anleitung: Man überlege sich zunächst, welchen Grad ein Lösungspolynom haben kann. ( 4 Punkte ).

*Man bearbeite 2 bis 4 Aufgaben!*

*Abgabetermin: Mittwoch, d. 16.10. 2013 10.00 Uhr.*