UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

# *Übungen zur Analysis III , HS 2013*

*Blatt 4*

*Aufgabe 1*: Man zeige (i) Die Funktionen $H_n(x) := (-1)^n e^{x^2} (\frac{d}{dx})^n e^{-x^2}$ sind Polynome.

(ii) Die angegebenen Funktionen erfüllen folgende Differentialgleichung:

$y'' - 2xy' + 2ny = 0$ ( 4 Punkte).

*Aufgabe 2:* Mit Hilfe des Picard-Lindelöfschen Iterationsverfahrens berechne man die Lösung $\varphi : \Re \to \Re^2$ des Differentialgleichungssystems

$$\begin{cases} y_1' = -y_2 \\ y_2' = y_1 \end{cases}$$ mit der Anfangsbedingung $\varphi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ( 4 Punkte ).

*Aufgabe 3:* Man bestimme ein Lösungs-Fundamentalsystem der folgenden Differentialgleichung:

$y'' + \frac{1}{x} y' + (1 - \frac{1}{4x^2}) y = 0$ durch den Ansatz $z = \sqrt{x}\, y$ ( 4 Punkte) .

*Aufgabe 4:* Sei r > 0, I := (-r,r ) und seien a, b : I $\to \Re$ zwei stetige Funktionen. a sei ungerade und b sei gerade, d.h. a(-x) = -a(x), b(-x) = b(x) für alle x in I . Man zeige: Die Differentialgleichung $y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$ hat ein Fundamentalsystem von Lösungen, das aus einer geraden und einer ungeraden Funktion besteht ( 6 Punkte ).

*Man bearbeite 2 bis 4 Aufgaben!*

*Abgabetermin: Mittwoch, d. 9.10. 2013 10.00 Uhr.*