UNIVERSITÄT MANNHEIM
Institut für Mathematik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis III , HS 2013

Blatt 10

Aufgabe 1: In Aufgabe 3 von Blatt 9 kam die Differentialform $\omega = \dfrac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ vor, die in A=$R^2 - (0,0)$ stetig differenzierbar ist. Gibt es eine in A stetig differenzierbare Funktion, für die $df = \omega$ gilt ? Gibt es andere Gebiete B, in denen $\omega = df$ ist ? *(4 Punkte)* .

Aufgabe 2: (Fortsetzung der Aufgabe 4 von Blatt 9) Ist f: M $\rightarrow$ R stetig differenzierbar und df die Zugehörige Differentialform , so ist γ genau dann eine Lösung von df = 0 , wenn $f \circ \gamma$ konstant ist. Man gebe möglichst viele Lösungen der Differentialformgleichung (2xy+y)dx+x(x+1)dy = 0 an *(4 Punkte).*

Aufgabe 3: Eine nirgends verschwindende stetige Funktion $\mu: M \rightarrow R$ heißt ein Eulerscher Multiplikator oder integrierender Faktor zur Differentialform ω, wenn es eine stetig differenzierbare Funktion f : M $\rightarrow$ R mit df = $\mu\omega$ gibt. Wie drücken sich die Lösungen von $\omega = 0$ durch f aus ? Welche partielle Differentialgleichung hat man zu lösen, um einen Eulerschen Multiplikator in einer geeigneten Umgebung eines Punktes in M zu bekommen ? Suche einen Eulerschen Multiplikator zu $\omega := \exp(x - y^2)dx - 2ydy$ und löse $\omega = 0$ *(6 Punkte)* .

Aufgabe 4: (i) Sei $\omega = (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}(xdy \wedge dz + ydz \wedge dx + zdx \wedge dy)$,
S = $\{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ die Kugeloberfläche mit der Orientierung, die auf der "Nordhalbkugel" (z>0) durch die Parameterdarstellung x = x , y = y , z= $\sqrt{1 - x^2 - y^2}$ bestimmt wird. Man berechne $\int_S \omega$!

(ii) Gibt es eine Differentialform ψ , die in $R^3 - (0,0,0)$ stetig differenzierbar ist und die Gleichung $d\psi = \omega$ erfüllt ? *(6 Punkte).*

Man bearbeite 2 bis 4 Aufgaben!

Abgabetermin: Mittwoch, d. 20.11.2013 10.00 Uhr.