

*Probeklausur Analysis I, HS 2008/09*

**Bitte verwenden Sie pro Aufgabe eigene Bearbeitungszettel, so dass die verschiedenen Aufgabenbearbeitungen getrennt abgegeben werden können.**

**Bitte vergessen Sie nicht Ihren Namen auf den Bearbeitungszetteln!**

*Aufgabe 1:* Die Folge  $(a_n)$  sei rekursiv definiert durch  $a_1 = \sqrt{3}$  und  $a_{n+1} := \sqrt{3 + a_n}$ .  
Konvergiert diese Folge? Man bestimme gegebenenfalls ihren Grenzwert.

*Aufgabe 2:* Man bestimme alle komplexen Zahlen  $z$  mit  $|z - 1| < |z + 1|$ .

*Aufgabe 3:* Konvergiert die Folge  $a_n = \sum_{k=0}^n \frac{2k+1}{n^2}$  für  $n \rightarrow \infty$ ? Man bestimme im Fall der Konvergenz ihren Grenzwert.

*Aufgabe 4:* Man berechne Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{99}$ .

*Aufgabe 5:* Man untersuche die folgende Reihe auf Konvergenz oder Divergenz:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 5n + 6}$ .

*Aufgabe 6:* Man untersuche die folgende Reihe auf Konvergenz oder Divergenz:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{3^n}$ .

*Aufgabe 7:* Man zeige: Ist  $f(x)$  ein nicht konstantes Polynom mit reellen oder komplexen Koeffizienten, so ist  $\frac{1}{f(x)}$  kein Polynom.

*Aufgabe 8:* Konvergiert die Folge  $a_n := \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$ ? Was ist gegebenenfalls ihr Grenzwert?

*Bearbeitungszeit: 75 Minuten*

*Zugelassene Hilfsmittel: Keine bis auf einen DIN A4- Bogen mit Notizen zum Vorlesungsstoff*