UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis II , FS 2009

Blatt 9

Aufgabe 1: Ist $g: A \to R^m$ meßbar, $f: R^m \to R^n$ stetig, so ist die zusammengesetzte Abbildung h(x) := f(g(x)) meßbar. Beweis ? *(4 Punkte).*

Aufgabe 2: Die Abblidung $f: A \to R^n$ habe die Koordinatenfunktionen f_i , also $f(x) = (f_1(x),\ldots, f_n(x))$. Zeige: f ist genau dann messbar, wenn dies für alle f_i gilt *(4 Punkte).*

Aufgabe 3: Sind die reellwertigen Funktionen f,g auf A meßbar, so auch ihr Produkt fg . Beweis? Gilt das gleiche für Integrierbarkeit ? *(4 Punkte).*

Aufgabe 4 : Man zeige: Ist $A \subseteq R^n$ L- messbar, $\varepsilon > 0$ so existieren offene Mengen $A', A'' \subseteq R^n$ mit $A \subseteq A'$, $A' \cap C(A) \subseteq A''$ und $m(A'') < \varepsilon$.
(C(A) bezeichnet hierbei das Komplement von A, so dass $A' \cap C(A)$ nur eine andere Schreibweise für die Differenzmenge von A' und A ist.) *(4 Punkte).*

Aufgabe 5: $A \subseteq R^2$ sei eine beschränkte meßbare Menge mit zweidimensionalem Lebesgue-Maß mA > 0 , $u \in R^2$ ein von 0 verschiedener Vektor. Man zeige: A enthält zwei verschiedene Punkte x,y, deren Differenz x-y ein rationales Vielfaches von u ist
(Hinweis: Man zeige, daß A-A := $\{x - y | x, y \in A\}$ eine Kugelumgebung des Nullpunktes enthält und verwende Aufgabe 4) *(6 Punkte)* .

Man bearbeite 2-4 Aufgaben:

Abgabetermin: Mittwoch, d.6.5.09 10.00 Uhr.