

Übungen zur Analysis I, HS 2008/09

Blatt 9

Aufgabe 1: (Wiederholung des Stetigkeitsbegriffs) Welche der folgenden "Definitionen" für die Stetigkeit von $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ im Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$ sind richtig (Begründung!)?

(i) Zu jedem $\delta > 0$ gibt es ein $\varepsilon > 0$, so daß für $|x - x_0| < \varepsilon$ gilt: $|f(x) - f(x_0)| < \delta$.

(ii) Es gibt ein $\varepsilon > 0$, so daß für alle $\delta > 0$ ein $\eta > 0$ derart existiert, daß für $|x - x_0| < \eta$ gilt: $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon\delta$.

(iii) Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so daß für $|x - x_0| < \delta$ gilt: $\left| \frac{f(x)}{1+|f(x)|} - \frac{f(x_0)}{1+|f(x_0)|} \right| < \varepsilon^3$.

Aufgabe 2: Man bestimme folgende Grenzwerte, falls sie existieren:

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1+e^x)}{x} \quad ; \quad (ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \log \frac{x+1}{x-1} \right] .$$

Aufgabe 3: Man differenziere (i) $(x^x)^x$, (ii) $x^{(x^x)}$, (iii) $\frac{ax+b}{cx+d}$ für $(c,d) \neq (0,0)$

$$(iv) \frac{2}{x^2} + \frac{3x}{(1-x^2)^3}, \quad (v) e^x \sin(x), \quad (vi) \frac{\operatorname{ctg}(x)}{e^{x-1}} .$$

Aufgabe 4: Man setze die folgenden Funktionen stetig in den Nullpunkt fort und bestimme ihre Ableitungen

$$\text{bei } x=0: \quad (i) \sin(x)\sin(1/x) \quad (ii) e^{-\frac{1}{x^4}} \quad (iii) \frac{\operatorname{tg}(2x)}{x} \quad (iv) x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) .$$

Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben.

Abgabetermin: Freitag, d. 14.11.08 10.00 Uhr.