UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
<u>*Prof. Dr. H.-J. Bartels*</u>

Übungen zur Analysis II , FS 2009

Blatt 8

Aufgabe 1: (M,m) sei ein Inhalt und $A_1,\ldots,A_n \in M$. Für jede Kombination $(n_1,\ldots,n_k)$ von Zahlen zwischen 1 und n sei $a_{n_1,\ldots,n_k} = m(A_{n_1} \cap \ldots \cap A_{n_k})$. Man drücke den Inhalt $m(A_1 \cup \ldots \cup A_n)$ durch die Größen $a_{n_1,\ldots,n_k}$ aus (4 Punkte).

Aufgabe 2: M_1 bezeichne wie in der Vorlesung das System von den Teilmengen im $\Re^n$, die sich als Vereinigung abzählbar vieler halboffener Quader darstellen lassen. Man zeige: Jede offene Teilmenge des $\Re^n$ gehört zu M_1 (3 Punkte) .

Aufgabe 3: A sei die Menge aller reellen Zahlen zwischen 0 und 1 , in deren Dezimaldarstellung nach dem Komma die Ziffern 0 und 9 nicht auftreten. Ist A offen, abgeschlossen, oder keines von beiden ? (4 Punkte).

.

Aufgabe 4: (M,m) sei ein Inhalt auf $R = R^1$ mit den Eigenschaften (M1), (M2), (M4) aus der Vorlesung, A wie in Aufgabe 3. Zeige: Gehört A zu M, so ist notwendig mA = 0 (5 Punkte).

Aufgabe 5: Die Funktion f sei positiv und über das Intervall [a,b] integrierbar (vgl. Definition der Vorlesung Analysis I). Zeige: Die Menge $A := \left\{ (x,y) \in \Re^2 \,\middle|\, a \le x \le b, 0 \le y \le f(x) \right\}$ ist meßbar, und es gilt mA = $\int_a^b f(x)dx$ *(4 Punkte)* .

Man bearbeite 2-4 Aufgaben:

Abgabetermin: Mittwoch, d.29.4.09 10.00 Uhr.