

Übungen zur Analysis I, HS 2008/09

Blatt 8

Aufgabe 1: Konvergiert die folgende unendliche Reihe $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\log(1 + \frac{1}{k})}{2 \log(k \log(k+1))}$?
Man berechne im Falle der Konvergenz den Reihenwert.

Aufgabe 2: Man bestimme folgende Grenzwerte:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{mn+1}{mn-1}\right)^n \quad \text{für festes natürliches } m, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x .$$

Aufgabe 3: Sei (a_n) eine reelle Folge. Zeige:

- (i) aus $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ folgt $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k = a$
- (ii) ist $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent und (a_n) monoton, so ist $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 0$.

Im Falle (i) gilt nicht die Umkehrung, im Falle (ii) darf nicht fortgelassen werden, daß die Folge der Reihenglieder monoton ist. Man gebe dafür Beispiele .

Aufgabe 4: Ist n gerade und $f(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ ein reelles Polynom vom Grad n mit $a_n = 1$, dann existiert eine reelle Zahl b , so daß $f(b) \leq f(x)$ für alle reellen x gilt. .

Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben.

Abgabetermin: Freitag, d. 7.11.08 10.00 Uhr.