UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis II , FS 2009

Blatt 7

Aufgabe 1: An welchen Stellen (x,y) $\in R^2$ läßt sich die Gleichung f(x,y) = 0 lokal eindeutig nach y auflösen, wenn

(i) f(x,y) = $x^2 + y^2 - 1$ bzw.

(ii) f(x,y) = $x^2 - y^2$ gilt ?

Man diskutiere dabei auch die Voraussetzungen des Satzes über implizite Funktionen *(4 Punkte).*

Aufgabe 2: Es sei F(x,y) = $xe^x + ye^y + xy$. Man zeige, daß die Gleichung F(x,y) = 0 sich in der Nähe des Punktes (0,0) eindeutig nach y auflösen läßt, d.h. es existiert eine reellwertige Funktion f , die auf einer Umgebung von 0 definiert ist mit F(x,f(x)) = 0. Ist f in 0 differenzierbar? Man berechne gegebenenfalls $f'(0)$ *(4 Punkte).*

Aufgabe 3: Durch die mit kleinen Fehlern behafteten Meßwerte (x_i, y_i) i = 1,...,n ist eine Ausgleichsgerade y = bx+k zu legen, so daß die Summe der vertikalen Abstandsquadrate $\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - k)^2$ minimal wird .Man bestimme b und k *(5 Punkte).*

.

Aufgabe 4: M $\subseteq R^n$ heißt zusammenhängend, wenn aus $M \subseteq U \cup V$ für alle disjunkten offenen Mengen U,V $\subseteq R^n$ folgt $M \subseteq U$ oder $M \subseteq V$. M heißt wegweise zusammenhängend, wenn zu allen x,y $\in M$ eine stetige Abbildung $g{:}[0,1] \to M$ existiert mit g(0) = x und g(1) = y . Man zeige: Jede wegweise zusammenhängende Menge ist zusammenhängend. Jede zusammenhängende offene Menge ist wegweise zusammenhängend. Ist M offen und zusammenhängend und $f : M \to R$ einmal stetig differenzierbar mit grad f = ($\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}$) = 0 , so ist f konstant *(6 Punkte).*

Abgabetermin: Mittwoch, d.22.4.09 10.00 Uhr.