UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis I , HS 2008/09

Blatt 7

Aufgabe 1: Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\binom{2n}{n}} x^n$ *für* $|x| \le 1$ (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n}$

(iii) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{\sqrt{n}-1} - \frac{1}{\sqrt{n}+1}\right)$ (iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}-3}{n(n+1)}(-1)^n$.

Aufgabe 2:* f bezeichne ein Polynom der Form f(x) = $x^n - \sum_{k=0}^{n-1} a_k x^k$ mit reellen nichtnegativen Koeffizienten a_k , es sei ferner $a_0 > 0$. Zeige:

(i) f hat eine reelle positive Nullstelle
(ii) ist a eine reelle positive Nullstelle von f, b irgendeine weitere reelle oder komplexe Nullstelle von f , so folgt $|b| \le a$
(iii) a ist die einzige reelle positive Nullstelle von f .

Aufgabe 3:* Sei (d_n) eine reelle Folge , $d_n \ge 0$ für alle n und $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ divergent. Was läßt sich über die Konvergenz der folgenden Reihen aussagen?

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1+d_n}$ (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1+n^2 d_n}$ (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1+n d_n}$ (iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1+{d_n}^2}$.

Aufgabe 4: Man bestimme (falls sie existieren) die folgenden Grenzwerte:

$\lim_{x\to 0} \frac{x}{|x|}$, $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{|x|-1}$, $\lim_{x\to 1} \frac{ax^2+bx-a-b}{x^2-1}$, $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}+10}{\sqrt{1+\sqrt{x^2+1}}}$.

Aufgabe 5: Man bestimme (falls sie existieren) die folgenden Grenzwerte:

$\lim_{x\to 1-} (\lim_{n\to\infty} x^n)$, $\lim_{n\to\infty} (\lim_{x\to 1-} x^n)$.

Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben. Die Aufgaben 4 und 5 sind neben Aufgabe 1 am einfachsten.

Abgabetermin: Freitag, d 31.10.2008 10.00 Uhr.