UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis I , HS 2008/09

Blatt 6

Aufgabe 1: Man berechne für reelle Zahlen a den Grenzwert $\lim_{x \to \infty} f(x)$ für die Funktion

f(x) = $\sqrt{x(x+a)} - x$, sofern dieser Limes existiert.

Aufgabe 2:* Konvergiert die Reihe $\sum_{n \in N'} \frac{1}{n}$, hierbei bedeutet N' die Menge der natürlichen Zahlen n, in deren Dezimaldarstellung die Ziffer 9 nicht vorkommt.

Aufgabe 3: Die Zahlenfolge (a_n) mit $a_n \neq 0$ sei konvergent gegen den Grenzwert a $\neq 0$.

Man beweise: Die beiden Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} |a_{n+1} - a_n|$, $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} \right|$ konvergieren bzw. divergieren gleichzeitig .

Aufgabe 4: Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sei gegeben durch

(i) $a_n = \frac{1}{8n+1}$; (ii) $a_n = \frac{1}{n^2 + 4n + 3}$; (iii) $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$; (iv) $a_n = \frac{1}{(-1)^n + n + 1}$;

Man untersuche, ob die durch (i)-(iv) definierten Reihen konvergieren oder nicht .

Aufgabe 5: (i) Für die in Aufgabe 4 definierten und konvergenten Reihen gebe man jeweils eine natürliche Zahl N an, so daß für alle natürlichen m > N gilt: $\left| \sum_{n=1}^{m} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} a_n \right| \prec \frac{1}{1000}$.

(ii) Man berechne den Wert einer der konvergenten Reihen bis auf einen Fehler, der kleiner als 1/100 ist .

Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben. Die Aufgaben 4 und 5 sind neben Aufgabe 1 am einfachsten.

Abgabetermin: Freitag, d 24.10.08 10.00 Uhr.