

Übungen zur Analysis I, HS 2008

Blatt 5

Aufgabe 1: (a) Man berechne Real- und Imaginärteil sowie Betrag von $z = \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} - i}$;

(b) man berechne z^{24} in Normalform, d.h. man gebe den Realteil und den Imaginärteil dieser komplexen Zahl an.

Aufgabe 2: Wie hat man zu gegebenem $\varepsilon > 0$ N_ε zu wählen, damit $|a_n - 1| \leq \varepsilon$ für $n \geq N_\varepsilon$ gilt, wenn

$$a_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{1000} \text{ ist?}$$

Aufgabe 3: Konvergiert die Folge (a_n) , wenn

(i) $a_n = \frac{n^2 + n}{n^2 - n}$ (ii) $a_n = \left(100 + \frac{1}{n}(-1)^n\right)^2$

(iii) $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2}$ (iv) $\frac{\frac{1}{2}n^3 - n^2 + 1}{3n^3 - n + 800}$?

Bestimme gegebenenfalls den Grenzwert !

Aufgabe 4: (a_n) sei eine Folge reeller oder komplexer Zahlen und s eine feste reelle oder komplexe Zahl, es

gelte für alle n $a_n \neq -s$. Man beweise: Ist $\frac{a_n - s}{a_n + s}$ eine Nullfolge, so konvergiert (a_n)

gegen s .

Aufgabe 5: z sei eine komplexe Lösung der Gleichung $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$. Zeige:

(i) $\bar{z} = z^{-1}$, (ii) $z + z^{-1}$ genügt einer quadratischen Gleichung mit rationalen Koeffizienten

(iii) Drücke Real- und Imaginärteil von z mit Hilfe von reellen Quadratwurzeln aus. Wieviele Lösungen z gibt es? Wo liegen diese Lösungen in der komplexen Zahlenebene?

Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben.

Abgabetermin: Freitag, d 17.10.08 10.00 Uhr.