UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
<u>*Prof. Dr. H.-J. Bartels*</u>

Übungen zur Analysis II , FS 2009

Blatt 4

Aufgabe 1: Die Funktion $f: R^2 \to R$ sei definiert durch f(x,y):= $\begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ .Zeige:

f ist überall zweimal partiell differenzierbar. Berechne die gemischten Ableitungen im Nullpunkt. Ist f im Nullpunkt stetig?*(4 Punkte)* .

Aufgabe 2: Ist die folgende Funktion $f: R^2 \to R$ mit f(x,y) = $\sqrt{|xy|}$ bei Null stetig, partiell differenzierbar oder total differenzierbar ? *(4 Punkte)*

Aufgabe 3: Man zeige: Ist f(x,y) total differenzierbar in (x_0, y_0), $f(x_0, y_0) = 0$ und g(x,y) stetig in (x_0, y_0) , so ist auch g f in (x_0, y_0) total differenzierbar. Man berechne die partiellen Ableitungen von g f in (x_0, y_0) *(4 Punkte).*

Aufgabe 4: Ist N eine Teilmenge des metrischen Raumes M, so sei A(N) die Menge aller Grenzwerte von konvergenten Folgen, deren Glieder alle in N liegen. Zeige: N$\subseteq$ A(N), A(A(N)) = A(N); ist M vollständig, so ist auch A(N) vollständig. T sei die Menge aller Treppenfunktionen aus dem Raum F aller beschränkten Funktionen auf [0,1] mit der Metrik d(f,g) := sup $|f-g|$. Zeige: die stetigen Funktionen liegen in A(T) ; A(T) besteht gerade aus denjenigen Funktionen f $\in$F , für die an jeder Stelle aus [0,1] der linksseitige und rechtsseitige Grenzwert existiert *(6 Punkte).*

.

Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben.

Abgabetermin: Mittwoch, d. 18.3.09 10.00 Uhr.