UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. H.-J. Bartels

Übungen zur Analysis I , HS 2008/09

Blatt 4

Aufgabe 1:* Beweise: Ist $a_0, a_1, a_2, \ldots$ eine Zahlenfolge, deren (k +1)-te Differenzenfolge aus lauter Nullen besteht, ist weiter $c_0 = a_0$ und sind $c_1, c_2, \ldots, c_k$ die Anfangsglieder der 1.,2.,...,k-ten Differenzenfolge, so gilt $a_n = c_0 + \binom{n}{1} c_1 + \binom{n}{2} c_2 + \ldots + \binom{n}{k} c_k$.

Aufgabe 2:* Beweise: Sei k eine natürliche Zahl; dann gibt es rationale Zahlen d_i (i= 0,1,...,k+1) mit

$$\sum_{m=1}^{n-1} m^k = \sum_{i=0}^{k+1} d_i n^i \quad \text{für alle } n \in N \quad .$$

Aufgabe 3: Bestimme gegebenenfalls Infimum, Supremum, Minimum und Maximum folgender Punktmengen reeller Zahlen : $M_1 := \{x / x \in Q \quad und\ 0 < x < 1\}$;

$$M_2 := \left\{\frac{n}{n^2+1} / n \in N\right\} \cup \left\{\frac{n^2}{n+1} / n \in N\right\} \; ;$$

$$M_3 := \{x^2 - 1 / -1 < x < 1\} \; .$$

Aufgabe 4: Sei R > 1 und M die Menge der reellen Zahlen $\left|\frac{1}{z^2+1}\right|$, wobei z alle komplexen Zahlen vom Betrag R durchläuft. Bestimme die obere und untere Grenze von M .

Aufgabe 5: Man kritisiere den folgenden "Beweis" und forme gegebenenfalls so um, daß er stichhaltig wird:

Behauptung: $1 + \sqrt{3} < \sqrt{\frac{6+\sqrt{3}}{2}}$

hoch 2 : $1 + 2\sqrt{3} + 3 < \frac{6+\sqrt{3}}{2}$, mal 2 : $8 + 4\sqrt{3} < 6 + \sqrt{3}$,

minus $13\sqrt{3}$: $8 - 9\sqrt{3} < 6 - 12\sqrt{3}$,

hoch 2 : $64 - 144\sqrt{3} + 243 < 36 - 144\sqrt{3} + 432$, plus $144\sqrt{3}$: $307 < 468$

Das ist richtig!

*Bitte bearbeiten Sie 2-4 Aufgaben.Die mit * gekennzeichneten Aufgaben zählen doppelt.*

Abgabetermin: Freitag, d 10.10.08 10.00 Uhr.