

*Übungen zur Analysis II , FS 2009*

*Blatt 3*

*Aufgabe 1:* Man zeige: Jede Funktion  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  der Form  $h(x,y) = g(x,y) \frac{xy}{x^2 + y^2}$  für  $x^2 + y^2 > 0$  und  $h(0,0) = 0$  ist stetig, wenn  $g$  stetig ist mit  $g(0,0) = 0$  ( 4 Punkte ).

*Aufgabe 2:* Es sei  $h(x,y) := \sqrt{x^2 + y^2}$  für  $x \geq 0$  und  $h(x,y) := |y|$  für  $x < 0$ . Man zeichne die Höhenlinien der Funktion  $h$ . Ist  $h$  stetig ? ( 2 Punkte )

*Aufgabe 3:* Man untersuche die folgende Funktion auf Stetigkeit:

$$f(x,y) := 0 \text{ für } x=0 \text{ und } f(x,y) := ye^{x-2} / (1 + y^2e^{2x-2}) \text{ für } x \neq 0 \text{ ( 4 Punkte )} .$$

*Aufgabe 4:* a) Die Funktion  $f$  sei auf dem Rechteck  $a \leq x \leq b$ ,  $c \leq y \leq d$  definiert und stetig. Dann ist die durch  $g(x) := \sup \{ f(x,y) / y \in [c,d] \}$  definierte Funktion auf  $[a,b]$  stetig ( 3 Punkte ).

b)\* Ist die Funktion  $f$  auf dem Rechteck  $a \leq x \leq b$ ,  $c < y < d$  definiert, beschränkt und stetig, so ist die durch  $g(x) := \sup \{ f(x,y) / y \in (c,d) \}$  definierte Funktion auf  $[a,b]$  nicht notwendig stetig ( 4 Punkte ).

*Abgabetermin: Mittwoch, d. 11.3.2009 10.00 Uhr.*