

Übungen zur Analysis II, FS 2009

Blatt 12

Aufgabe 1: Wie kann man für stetige Funktionen $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $g : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$ das Integral

$$\int_{[a,b] \times [c,d]} f(x)g(y) dx dy \text{ berechnen, wenn } \int_a^b f(x) dx \text{ und } \int_c^d g(x) dx \text{ bekannt sind (4 Punkte)?}$$

Aufgabe 2: Man zeige, dass die Funktion $1/(1-xy)$ über $Q := \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ integrierbar ist

$$\text{und berechne } \int_Q \frac{1}{1-xy} dx dy \quad (\text{Hinweis: } \frac{1}{1-xy} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n y^n) \quad (4 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 3: T sei das durch die Ungleichungen $x, y, z \geq 0$, $x+y+z \leq 1$ beschriebene Tetraeder. Man

$$\text{berechne das Integral } \int_T xyz dx dy dz \quad (4 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 4: Man berechne das Volumen des durch die Eckpunkte $(0,0,0)$, $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(1,0,0)$ festgelegten Tetraeders im \mathbb{R}^3 (4 Punkte).

Aufgabe 5: Man zeige, dass die Funktion $f(x, y) := \frac{1}{x+y}$ über $Q := \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$

$$\text{integrierbar ist. Man berechne } \int_Q \frac{1}{x+y} dx dy \quad (\text{Anleitung: Man betrachte die monotone}$$

$$\text{Funktionsfolge } f_n(x, y) = \frac{1}{x+y+\frac{1}{n}}) \quad (6 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 6: Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und fast überall = 0. Man zeige, dass f dann überall verschwindet (4 Punkte).

Man bearbeite 2-4 Aufgaben:

Abgabetermin: Mittwoch, d.27.5.09 10.00 Uhr.