UNIVERSITÄT MANNHEIM
Fakultät für Mathematik und Informatik
<u>*Prof. Dr. H.-J. Bartels*</u>

Übungen zur Analysis II , FS 2009

Blatt 11

Aufgabe 1: Man zeige: Ist $f : \Re^{n-1} \to \Re$ stetig, dann ist $G_f := \left\{ (x, f(x)) \middle| x \in \Re^{n-1} \right\}$ eine Nullmenge im $\Re^n$ *(4 Punkte).*

Aufgabe 2: Welche der folgenden Funktionen sind über dem Einheitsintervall $[0,1]$ Lebesgue- integrierbar, welche sind Riemann-integrierbar ?

(i) f(x) := 1 für x irrational, f (x) := 0 sonst;

(ii) f(x) := sin (1/x) für x > 0 und f(0) := 0. *(4 Punkte).*

Aufgabe 3: Man zeige: Die Funktion $f : [0,1] \times [0,1] \to \Re$ mit f(x,y) := 0 falls x < y und f(x,y) := 1 sonst ist integrierbar über $[0,1] \times [0,1]$. Man berechne das Integral *(4 Punkte).*

Aufgabe 4 : Man zeige $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx$ konvergiert als Riemannsches uneigentliches Integral, f(x) := $\frac{\sin(x)}{x}$ ist aber nicht L-integrierbar über $[\pi, \infty]$.

(Anleitung: Man begründe und verwende die folgende Ungleichung: $\int_{(k-1)\pi}^{k\pi} \left| \frac{\sin(x)}{x} \right| dx \geq \frac{2}{k\pi}$)

(4 Punkte).

Man bearbeite 2-4 Aufgaben:

Abgabetermin: Mittwoch, d.20.5.09 10.00 Uhr.