

Übungen zur Analysis I, HS 2008/09

Blatt 11

Aufgabe 1\*:  $f$  und  $g$  seien die auf  $[0,1]$  folgendermaßen definierten Funktionen:

$$f(x) := \begin{cases} 1 \\ \frac{q-1}{q} \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad g(x) := \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{q} \end{cases} \quad \text{falls } \begin{matrix} x \notin \mathbb{Q} \\ x = \frac{p}{q}, p, q \in \mathbb{Z}, \text{ teilerfremd} \end{matrix}$$

a) Berechne die Schwankungssumme von  $g$  für beliebige Zerlegungen  $Z$  von  $[0,1]$ . Ist  $g$  über  $[0,1]$  integrierbar?

b) Ist  $f$  über  $[0,1]$  integrierbar?

Aufgabe 2: Man berechne die unbestimmten Integrale:

$$(i) \int \frac{4x-9}{x^2-8x+15} dx \quad , \quad (ii) \int \frac{6x-11}{x^2-8x+25} dx \quad .$$

Aufgabe 3: Sei  $f$  die durch  $f(x) := 0$  für  $x=0$  bzw.  $f(x) := x^3 e^{\arctg(x)} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$  definierte Funktion. Wo ist  $f$  stetig, wo differenzierbar und wo stetig differenzierbar?

Aufgabe 4: Man berechne die folgenden Grenzwerte, sofern sie existieren:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan(x)} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-7x+12}{x^3-8x+15} \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cosh(x)}{x^2} \quad (iv) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos(x)+x^2-2}{\sin x - x - x^3} \quad .$$

Die mit \* gekennzeichnete Aufgabe wird doppelt gewertet!

Abgabetermin: Freitag, d. 28.11.08 10.00 Uhr.